Krzywe i dopasowanie krzywej

1 Ilość substancji rozpuszczanej, która rozpuści się w danej objętości wody, zależy od temperatury wody. Dla pewnej substancji zakłada się, że jej ilość, która rozpuści się w 10 litrach wody, wyrażona jest zależnością

$$m = Ae^{k\theta},$$

gdzie θ jest temperaturą wody, a A i k to stałe.

Aby przetestować tę hipotezę, przeprowadzono eksperyment i zarejestrowano następujące dane:

Temperatura	10	20	30	40	50	60	70
Masa	3,72	4,32	5,02	5,83	6,77	7,87	9,14

(a) Sporządź wykres liniowy, który potwierdza, że zakładana zależność jest wykładnicza.

(b) Oblicz wartości A i k.

Odpowiedź **Rozwiązanie**

Odpowiedzi

1 (b) $k = 0{,}015$, $A \cong 3{,}2$ z dokładnością do jednego miejsca po przecinku

Pytanie **Rozwiązanie**

Rozwiązania

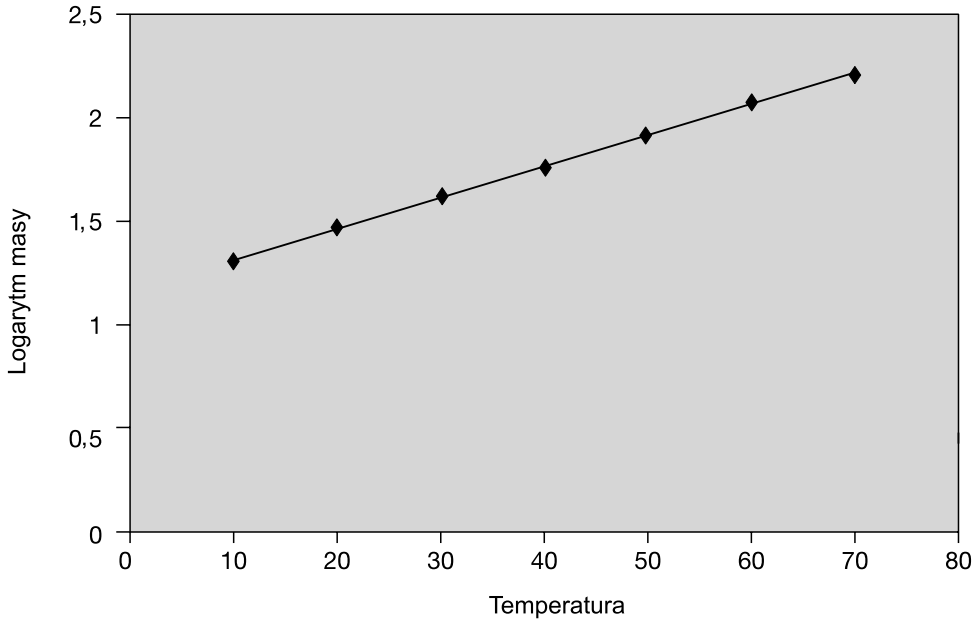
1 (a) Aby przekształcić zależność $m = Ae^{k\theta}$ na postać liniową, logarytmujemy obie strony równania i otrzymujemy:

$$\ln m = \ln A + k\theta.$$

Zatem jeśli wykreślimy $\ln m$ jako funkcję θ, powinniśmy otrzymać linię prostą o współczynniku kierunkowym k przecinającą pionową oś współrzędnych w punkcie $\ln A$. W związku z tym tabela została rozszerzona w następujący sposób:

Temperatura	10	20	30	40	50	60	70
Masa	3,72	4,32	5,02	5,83	6,77	7,87	9,14
$\ln m$	1,31	1,46	1,61	1,76	1,91	2,06	2,21

dając poniższy wykres, który jest wyraźnie linią prostą.



(b) Współczynnik kierunkowy obliczamy, wykorzystując dwa krańcowe punkty:

$$k = \frac{2{,}21 - 1{,}31}{70 - 10} = 0{,}015.$$

Zaznaczenie punktu przecięcia pionowej osi współrzędnych wymaga przedłużenia wykresu (jak poniżej), z którego wnioskujemy, że wykres przecina tę oś w punkcie 1,15. To znaczy:

$\ln A = 1{,}15$, a zatem $A = e^{1{,}15} \cong 3{,}2$ z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Pytanie **Odpowiedź**